

Magia Matemática

... y matemáticas mágicas

Nancho Alvarez

Universidad de Málaga

vag@uma.es

¿Qué es la magia?

La magia, también llamada *ilusionismo* o *prestidigitación*, es el arte de engañar al espectador **con su consentimiento** para crear la ilusión de que lo imposible puede suceder.

¿Qué es la magia?

La magia, también llamada *ilusionismo* o *prestidigitación*, es el arte de engañar al espectador **con su consentimiento** para crear la ilusión de que lo imposible puede suceder.

ATENCIÓN: No confundir con el esoterismo, astrología, quiromancia, espiritismo, cartomancia, etc.

Las mal llamadas “ciencias ocultas” engañan al espectador **sin su consentimiento** para sacarle todo el dinero posible.

Ramas de la magia

- **Grandes ilusiones**
- Magia de salón
- Magia de cerca
 - Cartomagia
 - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación
- Magia matemática y científica

Ramas de la magia

- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
 - Cartomagia
 - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación
- Magia matemática y científica

Ramas de la magia

- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
 - Cartomagia
 - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación
- Magia matemática y científica

Ramas de la magia

- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
 - Cartomagia
 - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación
- Magia matemática y científica

Ramas de la magia

- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
 - Cartomagia
 - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación
- Magia matemática y científica

Ramas de la magia

- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
 - Cartomagia
 - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación
- Magia matemática y científica

Juan Tamariz:



Le falta una asignatura para ser licenciado en Ciencias Físicas.

Juan Tamariz:



Le falta una asignatura para ser licenciado en Ciencias Físicas.

Persi Diaconis:



Ha demostrado que basta mezclar 7 veces una baraja para que no haya rastro del orden inicial.

Juan Tamariz:



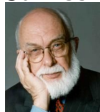
Le falta una asignatura para ser licenciado en Ciencias Físicas.

Persi Diaconis:



Ha demostrado que basta mezclar 7 veces una baraja para que no haya rastro del orden inicial.

James Randi:



Ofrece un millón de dólares a quien demuestre tener poderes sobrenaturales.

Reglas de oro de la magia

- 1 No revelar el secreto.
- 2 No repetir el mismo efecto.
- 3 Practicar antes de actuar en público.
- 4 No aburrir al espectador.

Reglas de oro de la magia

- 1 No revelar el secreto.
- 2 No repetir el mismo efecto.
- 3 Practicar antes de actuar en público.
- 4 No aburrir al espectador.

¡¡En esta charla voy a incumplirlas todas!!

Parte I

Trucos topológicos

La banda de Möbius

Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!
- ¡Al cortarla por la mitad sigue siendo de una pieza!
- ¿Qué pasa al cortarla en tres partes?

La banda de Möbius

Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!
- ¡Al cortarla por la mitad sigue siendo de una pieza!
- ¿Qué pasa al cortarla en tres partes?

La banda de Möbius

Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!
- ¡Al cortarla por la mitad sigue siendo de una pieza!
- ¿Qué pasa al cortarla en tres partes?

La banda de Möbius

Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!
- ¡Al cortarla por la mitad sigue siendo de una pieza!
- ¿Qué pasa al cortarla en tres partes?

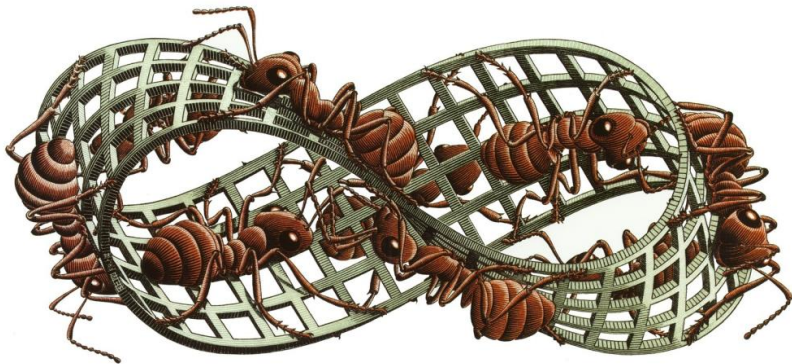
La banda de Möbius

Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!
- ¡Al cortarla por la mitad sigue siendo de una pieza!
- ¿Qué pasa al cortarla en tres partes?



Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.

Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.

Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.

Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.

Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.

Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.

Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.

Jet Pack



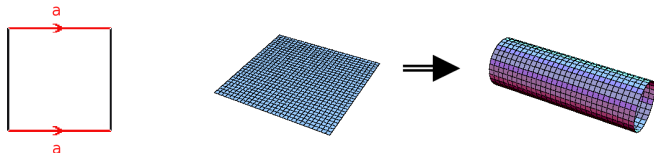


Jet Pack



El cilindro

- El protagonista del juego Jet Pack vive en un cilindro (aunque tal vez él no lo sepa).
- Topológicamente, un cilindro es equivalente a un cuadrado en el que hemos pegado dos de los lados opuestos.

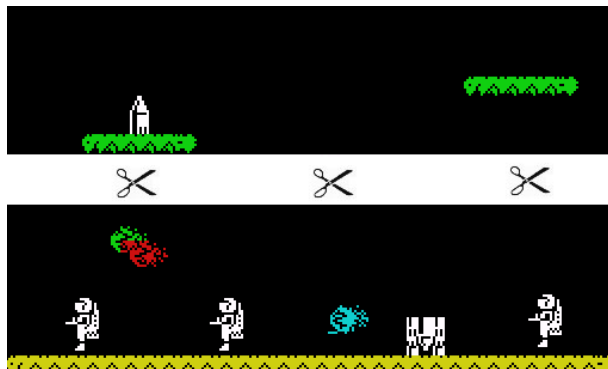


Cortar un cilindro

¿Qué pasa si cortamos el universo de Jet Pack por la mitad?

Cortar un cilindro

¿Qué pasa si cortamos el universo de Jet Pack por la mitad?

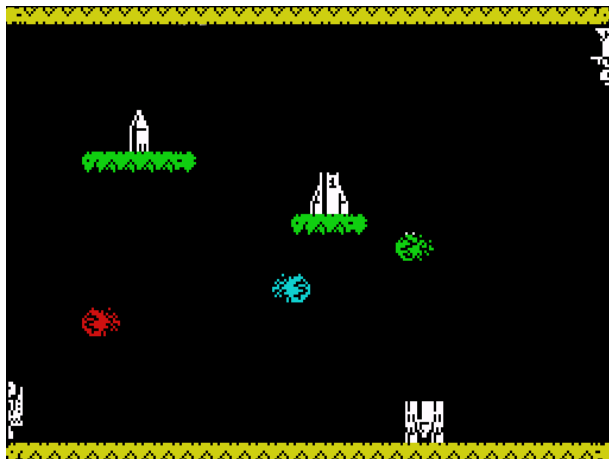


El astronauta no podría pasar al otro lado.

Jet Pack y la banda de Möebius



Jet Pack y la banda de Möebius



Jet Pack y la banda de Möebius

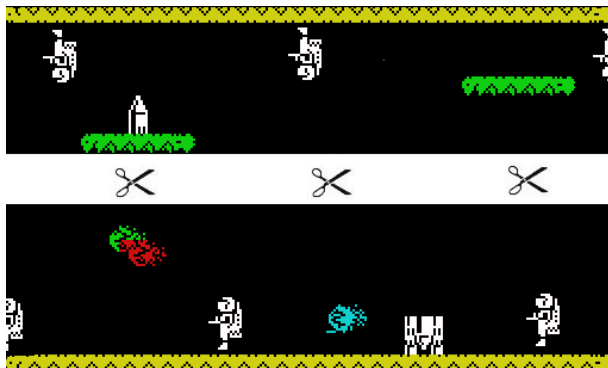


Cortar una banda de Möbius

¿Qué pasa si cortamos una banda de Möbius?

Cortar una banda de Möbius

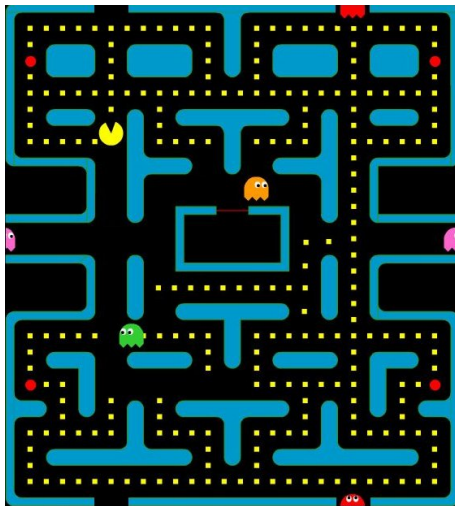
¿Qué pasa si cortamos una banda de Möbius?



El astronauta puede acceder a cualquier lugar.

!!!Su universo sigue siendo de una pieza!!!

Comecocos



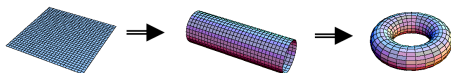
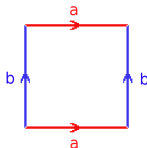
El toro

- El comecocos vive en una figura que se llama **toro**.
- Es la superficie de una rosquilla.



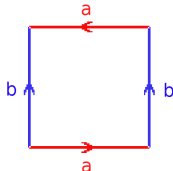
- Topológicamente es como un cuadrado en el que hemos pegado los

dos pares de lados opuestos.



La botella de Klein

- Dos lados están identificados como en un cilindro
- Los otros como una banda de Möebius
- Son dos bandas de Möebius pegadas por su único lado



La botella de Klein

Es una superficie tan retorcida que no cabe en el espacio....



La botella de Klein

Es una superficie tan retorcida que no cabe en el espacio....



... aunque hay quien las fabrica.

¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- ¿Es orientable? (seguramente sí)
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.

¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- ¿Es orientable? (seguramente sí)
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.

¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- ¿Es orientable? (seguramente sí)
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.

¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- ¿Es orientable? (seguramente sí)
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.

¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- ¿Es orientable? (seguramente sí)
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.

¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- ¿Es orientable? (seguramente sí)
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.

¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- ¿Es orientable? (seguramente sí)
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.

Parte II

Magia con números

El truco del 1089

- Elegir un número de 3 cifras
- Escribirlo al revés
- Restar ambos números
- Escribir el resultado al revés
- Sumar
- !El resultado coincide con la predicción del mago!
- Recoger los aplausos

¿Siempre sale el mismo resultado?

$$\begin{array}{r} 321 \\ - 123 \\ \hline 198 \\ + 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

¿Siempre sale el mismo resultado?

$$\begin{array}{r} 321 \\ - 123 \\ \hline 198 \\ + 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 814 \\ - 418 \\ \hline 396 \\ + 693 \\ \hline 1089 \end{array}$$

¿Siempre sale el mismo resultado?

$$\begin{array}{r} 321 \\ - 123 \\ \hline 198 \\ + 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 814 \\ - 418 \\ \hline 396 \\ + 693 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 702 \\ - 207 \\ \hline 495 \\ + 594 \\ \hline 1089 \end{array}$$

¿Siempre sale el mismo resultado?

$$\begin{array}{r} 321 \\ - 123 \\ \hline 198 \\ + 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 814 \\ - 418 \\ \hline 396 \\ + 693 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 702 \\ - 207 \\ \hline 495 \\ + 594 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 626 \\ - 626 \\ \hline 000 \\ + 000 \\ \hline 000 \end{array}$$

¡Mucho cuidado con los números **capicúa**!

Demostración



$$\begin{array}{rcccc} & a & b & c & \\ - & c & b & a & \\ \hline \end{array}$$

Una división que da miedo

$$\frac{1}{9801} = 0,00\ 01\ 02\ 03\ 04\ 05\ 06\ 07\ 08\ 09\ 10\ 11\ 12\ 13\ 14\ 15\ 16\ 17\ 18\ 19$$

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39

40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59

60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79

80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 99

00 01 02 03 ...

Una división que da miedo

$$\frac{1}{9801} = 0,00\ 01\ 02\ 03\ 04\ 05\ 06\ 07\ 08\ 09\ 10\ 11\ 12\ 13\ 14\ 15\ 16\ 17\ 18\ 19$$
$$20\ 21\ 22\ 23\ 24\ 25\ 26\ 27\ 28\ 29\ 30\ 31\ 32\ 33\ 34\ 35\ 36\ 37\ 38\ 39$$
$$40\ 41\ 42\ 43\ 44\ 45\ 46\ 47\ 48\ 49\ 50\ 51\ 52\ 53\ 54\ 55\ 56\ 57\ 58\ 59$$
$$60\ 61\ 62\ 63\ 64\ 65\ 66\ 67\ 68\ 69\ 70\ 71\ 72\ 73\ 74\ 75\ 76\ 77\ 78\ 79$$
$$80\ 81\ 82\ 83\ 84\ 85\ 86\ 87\ 88\ 89\ 90\ 91\ 92\ 93\ 94\ 95\ 96\ 97\ 99$$
$$00\ 01\ 02\ 03\ \dots$$

Explicación (solo apta para matemáticos)

$$\frac{x}{(1-x)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} n x^n$$

El truco del 1001

- Piensa un número de 3 cifras y escríbelo dos veces seguidas para tener un número de 6 cifras.
- Este número es divisible entre 7, compruébalo haciendo la división.
- El resultado es divisible entre 11, compruébalo.
- Ahora es divisible entre 13.
- ¡¡¡¡¡El resultado es el número pensado!!!!
- Gracias por la ovación.

El truco del 1001 (explicación)

¿Qué operación matemática debemos hacer con 123 para convertirlo en 123123?

El truco del 1001 (explicación)

¿Qué operación matemática debemos hacer con 123 para convertirlo en 123123?

¡Multiplicar por 1001!

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 1001 \\ \hline 123 \\ 000 \\ 000 \\ 123 \\ \hline 123123 \end{array}$$

El truco del 1001 (explicación)

¿Qué operación matemática debemos hacer con 123 para convertirlo en 123123?

¡Multiplicar por 1001!

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 1001 \\ \hline 123 \\ 000 \\ 000 \\ 123 \\ \hline 123123 \end{array}$$

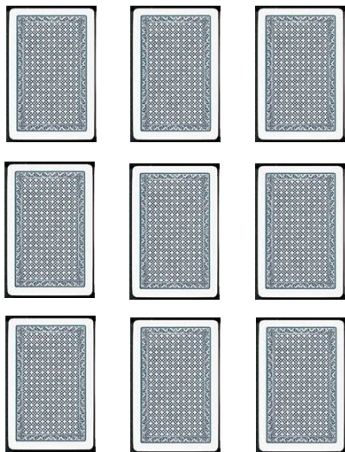
Pero 1001 es el producto de los números 7, 11 y 13.

$$123123 = 7 \times 11 \times 13 \times 123$$

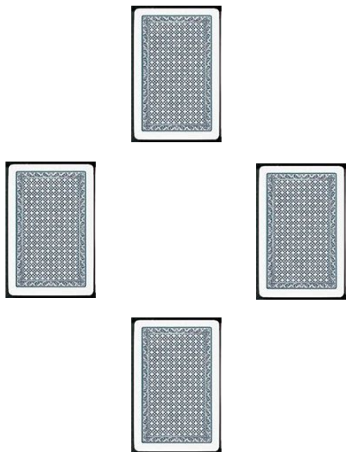
Parte III

Juegos con cartas

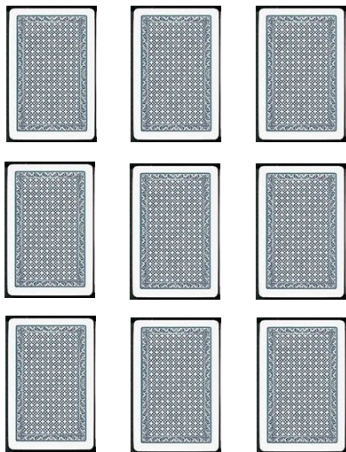
La mansión encantada



La mansión encantada

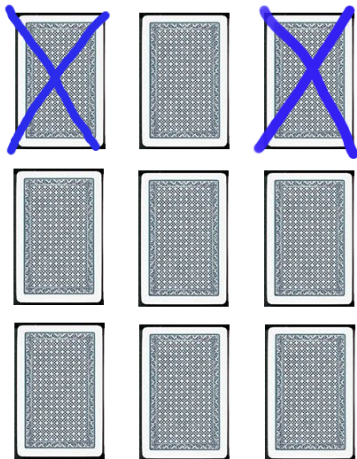


La mansión encantada

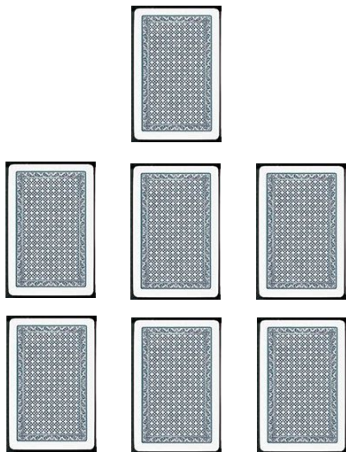


Avanzar 4

La mansión encantada

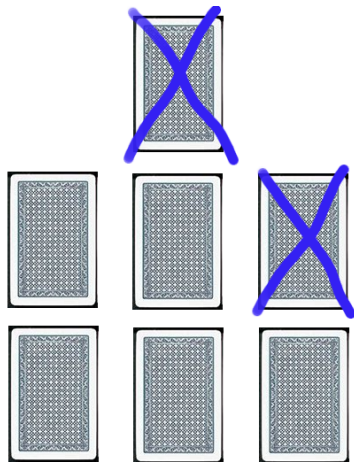


La mansión encantada

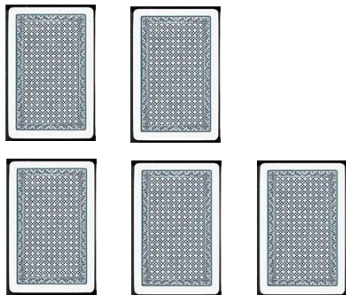


Avanzar 5

La mansión encantada

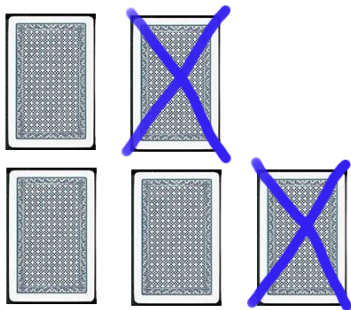


La mansión encantada

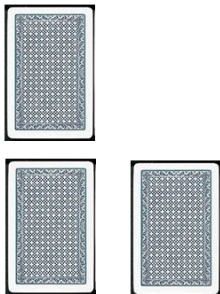


Avanzar 3

La mansión encantada

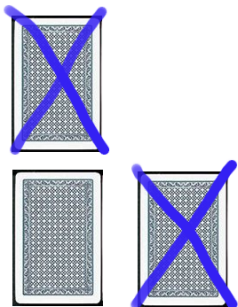


La mansión encantada



Avanzar 1

La mansión encantada

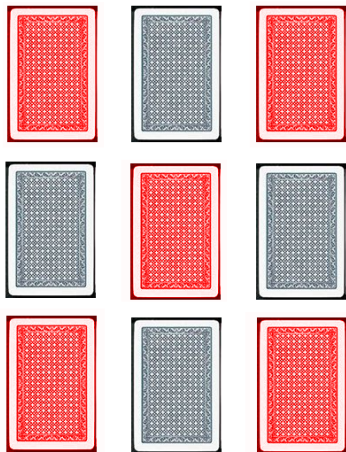


La mansión encantada



¡¡Atrapados!!

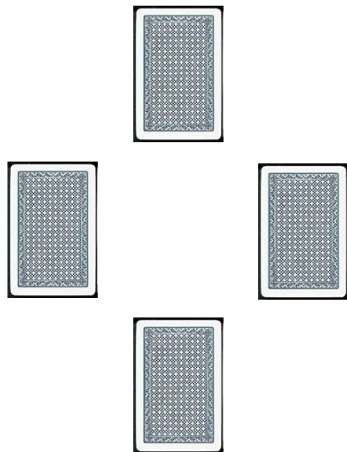
El truco está en la paridad



Hay dos tipos de posiciones: pares e impares.

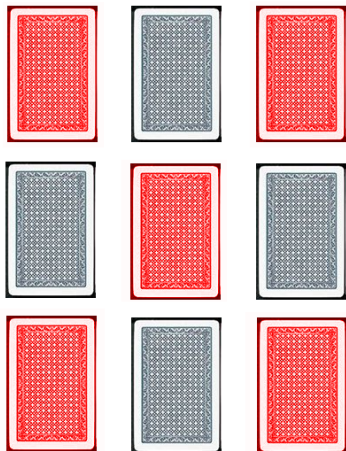
Las representamos con cartas rojas y azules

El truco está en la paridad



Al principio estamos en
una carta azul

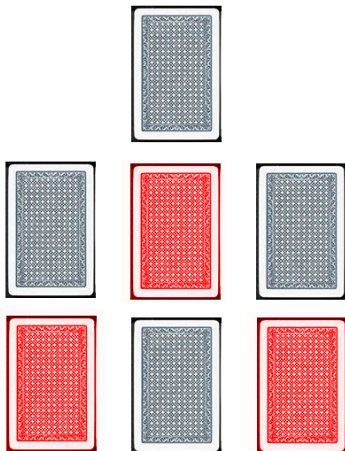
El truco está en la paridad



Al avanzar 4, seguimos en una azul.

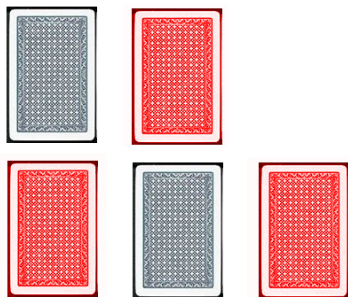
Cuando nos movemos un número par de veces no se cambia la paridad

El truco está en la paridad



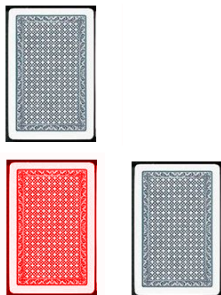
Pero si avanzamos 5
cambiamos a una roja

El truco está en la paridad



Al mover 3 lugares,
volvemos a cambiar la
paridad.
Ahora estamos sobre una
carta azul

El truco está en la paridad



Avanzamos uno y
cambiamos finalmente a
roja

El truco está en la paridad

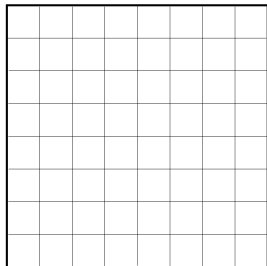


¡¡Atrapados!!

Parte IV

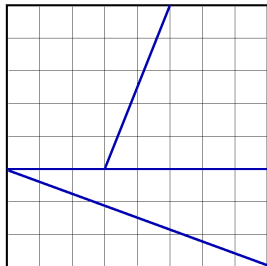
Trucos geométricos

Descomposición de un cuadrado

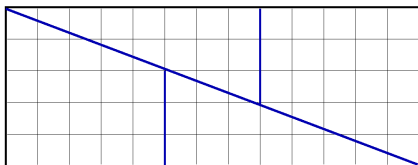
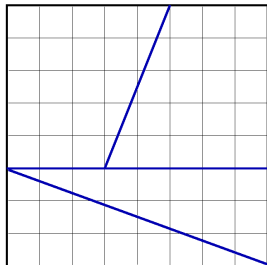


64 cuadrados

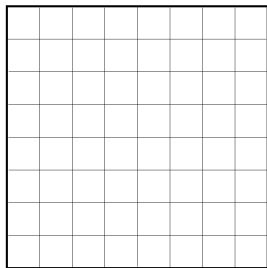
Descomposición de un cuadrado



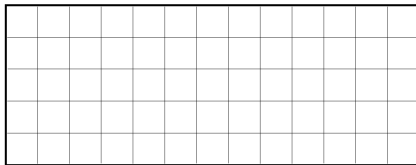
Descomposición de un cuadrado



Descomposición de un cuadrado



64 cuadrados



!!!65 cuadrados!!!

Get off the earth



Get off the earth



Get off the earth



Get off the earth



Get off the earth

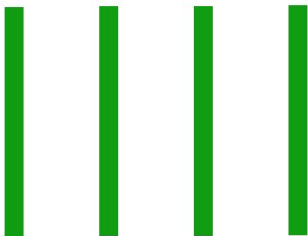


Get off the earth

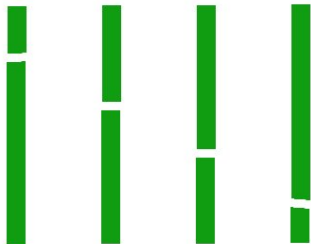


iiii12 chinos!!!!

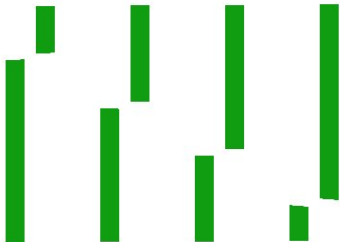
Explicación



Explicación



Explicación



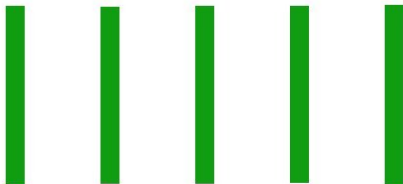
Explicación



Explicación



Explicación



Teorema de Banach-Tarski (1924)



Stefan Banach (1892–1945)



Alfred Tarski (1902–1983)

Es posible descomponer una esfera en un número finito de piezas, de forma que al volver a ensamblarlas obtengamos una esfera el doble de grande que la original.

!!! ... y no tiene truco !!!!

- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.
- Algunos decidieron estudiar la carrera de matemáticas para poder comprender este teorema.

- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.
- Algunos decidieron estudiar la carrera de matemáticas para poder comprender este teorema.

- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.
- Algunos decidieron estudiar la carrera de matemáticas para poder comprender este teorema.

- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.
- Algunos decidieron estudiar la carrera de matemáticas para poder comprender este teorema.

- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.
- Algunos decidieron estudiar la carrera de matemáticas para poder comprender este teorema.

- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el [axioma de elección](#) que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.
- Algunos decidieron estudiar la carrera de matemáticas para poder comprender este teorema.

FIN